

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΛΟΓΙΚΗ (513)
ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΤΟ ΣΠΙΤΙ 1
10-12-2002.

Άσκηση 1. Ποιοί προτασιακοί τύποι γράφονται, μετά την απαλοιφή παρενθέσεων, στη μορφή

$$p_1 \vee \neg p_2 \rightarrow \neg \neg p_3, \quad \neg \neg p_1 \wedge p_5 \leftrightarrow p_8 \vee p_1;$$

(0,5 μον.)

Άσκηση 2. Συμπληρώστε την απόδειξη του Θεωρήματος 2.1.3 των σημειώσεων.

(1,5 μον.)

Άσκηση 3. Άσκηση 7, σελ. 34 σημειώσεων.

(1,5 μον.)

Άσκηση 4. Χρησιμοποιώντας νόμους της προτασιακής λογικής, απλοποιήστε τον προτασιακό τύπο

$$[(\varphi \vee \psi) \wedge (\psi \rightarrow \varphi)] \vee [(\psi \wedge \chi) \vee \neg(\psi \rightarrow \chi)].$$

(1 μον.)

Άσκηση 5. Βρείτε προτασιακό τύπο σε κανονική διαζευκτική μορφή που είναι ταυτολογικά ισοδύναμος με τον προτασιακό τύπο $p_0 \leftrightarrow (\neg p_1 \rightarrow p_2)$.

(1 μον.)

Άσκηση 6. Έστω φ προτασιακός τύπος στον οποίο εμφανίζεται μόνο ο σύνδεσμος \leftrightarrow . Δείξτε ότι ο φ είναι ταυτολογία αν και μόνον αν το πλήθος των εμφανίσεων στο φ κάθε προτασιακής μεταβλητής είναι άρτιος αριθμός.

(1 μον.)

Άσκηση 7. Λέμε ότι ένας προτασιακός τύπος είναι σε κανονική συζευκτική μορφή αν είναι της μορφής $\varphi_1 \wedge \dots \wedge \varphi_n$, όπου κάθε φ_i είναι διάζευξη προτασιακών μεταβλητών ή αρνήσεων προτασιακών μεταβλητών. Δείξτε ότι κάθε προτασιακός τύπος είναι ταυτολογικά ισοδύναμος με έναν προτασιακό τύπο σε κανονική συζευκτική μορφή.

(1,5 μον.)

Άσκηση 8. Έστω T σύνολο προτασιακών τύπων. Λέμε ότι το T είναι 'πλήρες' αν για κάθε προτασιακό τύπο φ ισχύει $T \models \varphi$ ή $T \models \neg\varphi$. Δείξτε ότι το σύνολο $\{p_0, p_1, \dots, p_n, \dots\}$ είναι πλήρες.

(1 μον.)

Άσκηση 9. Δείξτε ότι για οποιεσδήποτε προτασιακές μεταβλητές p, q, r :

$$\{p, p|(q|r)\} \models r,$$

όπου $|$ είναι ο σύνδεσμος που αντιστοιχεί στην έκφραση "δεν ... ή δεν ...".

(1 μον.)

Σημείωση. Οι λύσεις των ασκήσεων πρέπει να παραδοθούν μέχρι τις 4 μ.μ. στις 19-12-2002.