

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΛΟΓΙΚΗ (513)
ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΤΟ ΣΠΙΤΙ 4
4-2-2003.

Άσκηση 1. Δείξτε ότι για οποιουδήποτε τύπους φ, ψ και οποιαδήποτε μεταβλητή x ισχύει:

$$\vdash \forall x(\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow (\exists x\varphi \rightarrow \exists x\psi).$$

(1,5 μον.)

Άσκηση 2. Δείξτε ότι για οποιουδήποτε τύπους φ, ψ και οποιαδήποτε μεταβλητή x , αν η x είναι δεσμευμένη στο φ , τότε

$$\vdash (\varphi \rightarrow \exists x\psi) \leftrightarrow \exists x(\varphi \rightarrow \psi).$$

(1,5 μον.)

Άσκηση 3. Χωρίς χρήση του θεωρήματος απαγωγής, δείξτε ότι για κάθε τύπο φ και τυχούσα μεταβλητή x ισχύει:

$$\vdash \forall x\varphi \rightarrow \exists x\varphi.$$

(1,5 μον.)

Άσκηση 4. Άσκηση 59, σελίδα 78 των σημειώσεων.

(2 μον.)

Άσκηση 5. Για τυχόντα τύπο φ που δεν περιέχει τα σύμβολα $\rightarrow, \leftrightarrow$, έστω φ^* ο τύπος που παίρνουμε αντικαθιστώντας κάθε ατομικό υποτύπο με την άρνησή του, εναλλάσσοντας το \wedge με το \vee και εναλλάσσοντας το \forall με το \exists . Δείξτε ότι ισχύει:

$$\vdash \varphi \text{ ανν } \vdash \neg\varphi^*.$$

(1,5 μον.)

Σημείωση. Οι λύσεις των ασκήσεων πρέπει να παραδοθούν μέχρι τις 3 μ.μ. της Πέμπτης, 13-2-2003.