

1

Τμήμα Φυσικής  
Ανάπτυξη II

19/3/98

1. Να υπολογισθούν οι μερικές παραγώγοι  $f_{xy}, f_{yx}, g_{xy}, g_{yx}$  στο σημείο  $(0,0)$  των συναρτήσεων  
 $f(x,y) = x^3y + x^4y^2 + \sin(xy)$  και  $g(x,y) = \begin{cases} xy \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$
2. Έστω  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $C^2$ -ισχύος συνάρτηση και  $\varphi(t) = f(\vec{p} + t\vec{h})$ ,  $t \in \mathbb{R}$   
 $\vec{p}, \vec{h} \in \mathbb{R}^n$  ( $\vec{p}, \vec{h}$  σταθερά) να υπολογιστεί το  $\varphi''(0)$ .
3. Να ερμηνείη η φύση και το κίνητρο βάρος των ομογενών υπερβολών, το οποίο βρίσκεται ενώ των υπερβολών  $x^2 + y^2 + z^2 = 2z$   
 και ενώ των κώνων  $z^2 = x^2 + y^2$ .
4. Εξετάστε αν το διάνυσμα  $\vec{F}(x,y) = \left(-\frac{y}{x^2+y^2}, \frac{x}{x^2+y^2}\right)$  είναι  
 αδροβόλο, συντηρητικό αν ορίσεται στα σύνολα  $A, B$  όπου  
 $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 < x^2 + y^2 < 4\}$ ,  $B = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x,y > 0\}$
5. Εξετάστε αν το διάνυσμα  $\vec{F}(x,y) = (y^2 + 2xye^{x^2}, 2xy + te^{x^2})$   
 $(x,y) \in \mathbb{R}^2$  είναι συντηρητικό και υπολογίστε το  $\int_{(0,0)}^{(1,1)} \vec{F} \cdot d\vec{c}$ .
6. Εφαρμόστε τον τύπο του Gauss για το διαν. διάνυσμα  $\vec{F}(x,y,z) = (x^3, y^3, z^3)$   
 των μοναδιαίων όγκων του  $\mathbb{R}^3$ .
7. Εξετάστε αν το διαν. διάνυσμα βαρύτητας  $\vec{F} = -k \frac{Mm \vec{r}}{r^3}$  ( $k, M, m$  σταθερές)  
 είναι συντηρητικό και υπολογίστε το δυναμικό του.

Να γράψουν 5 δείγματα.

Δαλλα - Γρίσιος