

ΤΜΗΜΑ : ΦΥΣΙΚΗΣ ΜΑΘΗΜΑ : ΑΝΑΛΥΣΗ ΙΙ 12/9/2000

Θ.1 α) Δίνεται η συνάρτηση $f(x, \psi) = \begin{cases} \frac{2x\psi}{x^2+\psi^2}, & (x, \psi) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, \psi) = (0, 0) \end{cases}$

Εξετάστε αν υπάρχουν οι $\frac{\partial f(0,0)}{\partial x}$, $\frac{\partial f(0,0)}{\partial \psi}$ και αν ναι f είναι συνεχής στο $(0,0)$

β) Βρείτε την κατευθύνόμενη παράγωγο της $f(x, \psi, z) = x^2 + 2\psi^2 + 3z^2$ στο σημείο $P(1, 1, 1)$ κατά την διεύθυνση του διανύσματος $\vec{a} = (1, 1, 1)$

Θ.2 α) Αν $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ είναι συναρτήσεις δύο φορές διαφορίσιμες και $w(x, t) = f(x+ct) + g(x-ct)$ όπου $c \in \mathbb{R}$ σταθερά τότε $\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$.

β) Βρείτε το σημείο του επιπέδου $x+\psi+z=4$ που είναι εγγύτερα στο σημείο $(2, 0, -1)$.

Θ.3 α) Αποδείξτε ότι το διανυσματικό πεδίο $\vec{F}(x, \psi) = (3x^2\psi, x^3+\psi^3)$ του \mathbb{R}^2 στο \mathbb{R}^2 είναι συντηρητικό και βρείτε ένα δυναμικό του.

β) Υπολογίστε το ολοκλήρωμα $I = \int_1^3 \int_0^1 \int_{\psi}^1 z \ln(x^2) dx d\psi dz$

Θ.4 α) Επαληθεύστε τον τύπο GREEN για το διανυσματικό πεδίο $\vec{F}(x, \psi) = (x\psi^3, x^2-\psi^2)$ $(x, \psi) \in D$ όπου D περιβάλλεται από τις ευθείες $\psi=2x$, $\psi=0$, $x=1$.

β) Υπολογίστε το ολοκλήρωμα $I = \int_0^a \int_0^{\sqrt{a^2-x^2}} \log(1+x^2+\psi^2) d\psi dx$, $a > 0$.

Θ.5 α) Υπολογίστε το ολοκλήρωμα $I = \int_{\Gamma} (x\psi+z^2) ds$, όπου

$$\Gamma = \Gamma(r) \quad (r = (m\mu t, \sigma\mu t, t), t \in [0, \pi])$$

β) Υπολογίστε τον όγκο $V(B)$ του στερεού B το οποίο ευρίσκεται εντός της σφαίρας $x^2+\psi^2+z^2=2z$ και ανω του κώνου $z=x^2+\psi^2$ ($z \geq 0$)

ΣΗΜΕΙΩΣΗ: Απαντείστε σε 4 (τέσσερα) θέματα.

Όνοματεπώνυμο :

Α.Μ :