

ΑΝΑΛΥΣΗ Ι (ΤΚ. ΦΥΕΙΚΩΝ, 9/3/98)

ΘΕΜΑΤΑ.

1. Υπολογίστε τα όρια $\lim_{v \rightarrow \infty} \frac{1}{v} (1 + \sqrt{v} + \sqrt[3]{v} + \dots + \sqrt[v]{v})$, $\lim_{v \rightarrow \infty} \frac{1+2^v+3^v+\dots+v^v}{v^v}$ (βαθμ. 1)

2. Υπολογίστε το μήκος της καμπύλης Γ με καρτεσιανή εξίσωση $y = f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$, $x \in [0, 2]$. (βαθμ. 1)

3. Αποδείξτε ότι $\cos e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{2n+1}$ για $|x| < 1$. (βαθμ. 1)

4. Να εξετασθούν ως προς την σύγκλιση οι σειρές $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+\sqrt{n}}{n^2-n+1}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\sqrt{n}}}$ και να αποδειχθεί ότι $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = 1$. (βαθμ. 1)

5. Υπολογίστε το ολοκλήρωμα $\int \frac{dx}{4 \sin x + 3 \cos x}$, $\int \frac{dx}{\sqrt{1+e^x+e^{2x}}}$ (βαθμ. 2)

$\int \frac{x e^x}{(1+x)^2} dx$ (βαθμ. 1)

6. Υπολογίστε το \sqrt{e} με σφάλμα $< 0,0005$

7. Βρείτε το ανάπτυγμα $T_4^{(2)}$ τάξης : (ανάπτυγμα Taylor) για την συνάρτηση $f(x) = e^x \cdot \eta \mu x$ με κέντρο το 0. (βαθμ. 1)

8. Υπολογίστε το $\lim_{x \rightarrow \infty} x \int_0^x e^{t^2-x^2} dt$. (βαθμ. 1)

9. Υπολογίστε το Γ.Ο. $\int_0^{\infty} \frac{x}{x^2+1} dx$.

10. Υπολογίστε ένα από τα Γ.Ο. $\int_0^{\infty} \frac{\eta \mu x}{x} dx$, $\int_0^{\infty} \frac{a \alpha x - a \beta x}{x} dx$ με $a > \beta > 0$. (βαθμ. 2)