

ΑΝΑΛΥΣΗ Ι (ΤΗ. ΦΥΣΙΚΩΝ, Σελ. 98).

1. Έστω $x_n \rightarrow x$. Αποδείξετε ότι $\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \rightarrow x$ και

$$\sqrt[n]{|x_1| \cdot |x_2| \cdot \dots \cdot |x_n|} \rightarrow |x|.$$

2. Υπολογίστε το ολοκλήρωμα $\int_0^1 \eta \mu x^2 dx$ με προσέγγιση τριών δεκαδικών ψηφίων.

3. Βρείτε τις ακριβείς συχλιότητες για τις δυναμοσειρές $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\eta}{n+1} x^n$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\eta^2}{3^n} x^n$

και $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{2^n} x^n$

4. Υπολογίστε τα όρια $\lim_{x \rightarrow 0} x^{\eta \mu x}$, $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\eta \mu x}{x} \right)^{\frac{1}{x^2}}$

5. Αποδείξετε ότι $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1)(n+2)}{2} x^n = \frac{1}{(1-x)^3}$, $x \in (-1, 1)$.

6. Υπολογίστε τα ολοκλήρωματα $\int_0^{\eta/2} e^x \sin x dx$ και $\int_0^{\eta/2} \frac{x^2 dx}{\sqrt{9-x^2}}$

7. Μελετήστε ως προς τη σύγκλιση τις σειρές $\sum_{n=1}^{\infty} \eta \mu \frac{1}{n}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \int_0^{\eta/n} \frac{\sqrt{x}}{1+x^2} dx$

8. Υπολογίστε τα ολοκλήρωματα $\int \frac{dx}{\eta \mu x}$, $\int \frac{x dx}{x^2 + 2x + 2}$

9. Βρείτε το ανάπτυγμα Taylor για την $f(x) = \frac{1}{(x-1)(x-2)}$ με κέντρο το 0.

10. Υπολογίστε τα $\int_0^{\infty} \frac{\eta \mu^2 x}{x^2} dx$, $\int_0^{\infty} \frac{\eta \mu^3 x}{x^3}$ γνωστού ουδώς ότι $\int_0^{\infty} \frac{\eta \mu x}{x} dx = \frac{\eta}{2}$

11. Αποδείξετε ότι $\int_0^1 \ln \frac{1}{1-x} dx = 1$ και $\int_1^{\infty} \frac{\ln x}{x^2} dx = 1$.

12. Η βάση ενός στερεού είναι η περιοχή μεταξύ του x -άξονα και της υακνότητας

$y = \eta \mu x$ από $x=0$ έως $x = \frac{\eta}{2}$. Κάθε επίπεδο μαθετο στον x -άξονα τέκνει

το στερεό σ' ένα ισόπλευρο τριγωνο με τη μία πλευρά του στη βάση του

στερεού. Υπολογίστε τον όγκο του.

(κάθε θεμα βαθμολογείται με βαθμό 1).