

Εξετάσεις περιόδου Ιουνίου 27.6.2005  
Μάθημα : Μαθηματικά Α + Μαθηματικά Ι

Σειρά Α

1) α) Έστω τα διανύσματα  $v_1 = (1, 0, -1, 2)$ ,  $v_2 = (0, 1, 2, 3)$ ,  $v_3 = (1, -1, 1, 1)$ .  
Εξετάστε αν τα διανύσματα είναι Γραμμικά Ανεξάρτητα ή Γραμμικά Εξαρτημένα.

β) Δώστε τον ορισμό του υπόχωρου του  $\mathbb{R}^4$ . Έστω τώρα ο υπόχωρος  
 $W = \{(x, y, z, w) / x + y + z = 0\}$  του  $\mathbb{R}^4$ . Βρείτε μία βάση και τη διάσταση του  $W$ .

γ) Βρείτε την εξίσωση του επιπέδου που περνάει από το σημείο  $(6, 5, -2)$  και είναι  
παράλληλο στο επίπεδο  $x + y - z + 1 = 0$ .

2) α) Υπολογίστε τα ολοκληρώματα

$$\int \frac{x+1}{x^2+4} dx \quad \int x^2 e^x dx$$

β) Υπολογίστε τα όρια των ακολουθιών  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\cos n}{n^2+1}$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{e^n}$

γ) Βρείτε το ακριβές άθροισμα της σειράς

$$\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}$$

3) Λύστε τις Διαφορικές Εξισώσεις.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y^2 + 2xy}{x^2}$$

$$y'' + 2y' - 8y = e^x$$

4. α) Χρησιμοποιώντας τον κανόνα της αλυσιδωτής παραγώγισης βρείτε το  $\frac{\partial w}{\partial v}$  όταν

$$u = 0, v = 0 \text{ εάν } w = (x^2 + y - 2)^2 + (x - y + z)^3, \quad x = u - 2v + 1, \quad y = 2u + v - 2, \quad z = u + v$$

β) Βρείτε το εφαπτόμενο επίπεδο και το κάθετο διάνυσμα στην επιφάνεια  
 $(x + y)^2 + z^2 = 25$  στο σημείο  $P(1, 2, 4)$ .

γ) Ελέγξτε την ακόλουθη επιφάνεια για τοπικά μέγιστα, ελάχιστα και σημεία καμπής  
 $z = 3 + 2x + 2y - 2x^2 - 2xy - y^2$