

ΓΕΩΠΟΝΙΚΟ ΠΑΝ. ΑΘΗΝΩΝ - Φροντιστήριο Μαθηματικών
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ - ΣΕΙΡΑ Β - 7 / 09 / 06

1. α) [10] Έστω το μη κενό πεπερασμένο υποσύνολο $B = \{(1, -1, 3), (0, 2, 4)\}$ του \mathbb{R}^3 . Ορίστε τον παραγόμενο υπόχωρο $S(B)$ του \mathbb{R}^3 . Τέλος, περιγράψτε-συναρτήσει των μεταβλητών x, y, z - τον υπόχωρο $S(B)$.

β) [10] Έστω διανύσματα $a = (a_1, a_2, a_3), b = (b_1, b_2, b_3)$. Ορίστε το εσωτερικό $a \cdot b$ και εξωτερικό $a \times b$ γινόμενο των a και b . Στη συνέχεια βρείτε την εξίσωση του επιπέδου που περιέχει τα σημεία $(1, 0, -3), (0, -2, -4), (4, 1, 6)$.

γ) [8] Βρείτε τη Γενική Λύση του συστήματος:

$$\begin{aligned}x + 2y - 2z + 3w &= 3 \\2x + 5y + z + 2w &= 7\end{aligned}$$

δ) [7] Βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου T με κορυφές τα σημεία $B = (1, 0, 2), \Gamma = (1, -1, 0), \Delta = (2, 2, 2)$.

2. [15] Υπολογίστε τα ολοκληρώματα $\int x^2 e^{-x} dx$ και $\int \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx$.

3. [10] Δώστε τον ορισμό μιας ακολουθίας a_n . Διατυπώστε, με απλά λόγια, τι είναι το όριο της παραπάνω ακολουθίας. Τέλος, υπολογίστε τα όρια

$$\lim n e^{-n}, \quad \lim \frac{(-1)^n \cos n}{n+1}$$

4. [8] i) Βρείτε μία Δ.Ε. 2^{ης} τάξης της οποίας η γενική λύση να είναι η $y = c_1 e^{2x} \cos x + c_2 e^{2x} \sin x$.

[10] ii) Βρείτε τη λύση της Δ.Ε. $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{e^y - x}$ θεωρώντας ότι η y είναι η εξαρτημένη μεταβλητή και όχι η x .

5. [10] i) Να βρεθούν η κάθετη ευθεία και το εφαπτόμενο επίπεδο στην επιφάνεια $z = \ln(x^2 + y^2)$ στο σημείο $(1, 0, 0)$.

[10] ii) Βρείτε μια συνάρτηση $z = f(x, y)$ η οποία έχει ολικό μέγιστο στο σημείο $(0, 1)$. Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

[10] iii) Αν βρισκόμαστε στο σημείο $P(1, 2)$ υπάρχει κατεύθυνση \bar{u} κατά την οποία ο ρυθμός μεταβολής της $f(x, y) = x^2 - 3xy + 4y^2$ να ισούται με 14; Αιτιολογήστε την απάντησή σας.

[10] iv) Αν η εξίσωση $2xy + e^{xy} - 2 = 0$ ορίζει το y ως διαφορίσιμη συνάρτηση του x , βρείτε την τιμή $\frac{dy}{dx}$ στο σημείο $P = (0, \ln 2)$.