ΑΝΑΛΥΣΗ ΙΙ

ΤΜΗΜΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ

Εξετάσεις 15 Ιουνίου 2010

ΕΠΩΝΥΜΟ: …………………………………………………………………………………………

ΟΝΟΜΑ: ………………………………………………………………………………………….

ΠΑΤΡΩΝΥΜΟ: ……………………………………………………………………………………...

Α.Μ. : ……………………………………………………………………………………………

ΑΙΘΟΥΣΑ: …………………………………………………………………………………………

Θ.1 (0,5 + 0,5 + 1):	**Θ.4** (1 + 1):	
Θ.2 (0,7 + 0,7 + 0,6):	**Θ.5** (1 + 1):	
Θ.3 (0,7 + 0,7 + 0,6):	**Θ.6** (0,6 + 0,6 + 0,8):	
		Σύνολο:

Γράφετε τις απαντήσεις μόνο στο χώρο που υπάρχει η εκφώνηση.
Για πρόχειρο χρησιμοποιείστε το τελευταίο φύλλο.

Καλή επιτυχία!

Θ.1 Έστω $\vec{a}=(a_1,a_2,a_3),\ \vec{\beta}=(\beta_1,\beta_2,\beta_3),\ \vec{\gamma}=(\gamma_1,\gamma_2,\gamma_3)\in\mathbb{R}^3$

i) Να οριστεί το εσωτερικό γινόμενο

$\vec{a}\cdot\vec{\beta}=$

και το εξωτερικό γινόμενο

$\vec{a}\times\vec{\beta}=$

(0,5 μονάδες)

ii) Να εκφράσετε το $\vec{a}\cdot\vec{\beta}\times\vec{\gamma}$ ως ορίζουσα πίνακα

(0,5 μονάδες)

iii) Για τα σημεία Α(1,0,1), Β(2,1,0), Γ(2,-1,1) να ευρεθεί κάθετο διάνυσμα στο επίπεδο που ορίζουν και το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ.

(1 μονάδα)

Θ.2 Έστω η συνάρτηση $\vec{F}(x,y)=\left(x^2-\frac{1}{2}y^2-\tau o\xi\,\varepsilon\varphi\,x,\ e^y\right),\ (x,y)\in\mathbb{R}^2$.

i) Αποδείξτε ότι η $\vec{F}$ είναι διαφορίσιμη συνάρτηση στο $(x_0,y_0)\in\mathbb{R}^2$.

(0,7 μονάδες)

ii) Να ευρεθεί η συνάρτηση διαφορικού $d\vec{F}(1,2)$.

(0,7 μονάδες)

iii) Είναι ο πίνακας που αντιστοιχεί στο $d\vec{F}(1,2)$ αντιστρέψιμος;

(0,6 μονάδες)

Θ.3 Έστω η συνάρτηση $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ που έχει παραγώγους κάθε τάξης

i) Να γραφεί το $2^{ου}$ βαθμού πολυώνυμο Taylor και το υπόλοιπο στο $(x_0,y_0)\in\mathbb{R}^2$.

(0,7 μονάδες)

ii) Εφαρμόστε το i) για $f(x,y)=\eta\mu\,x\,\eta\mu\,y$ και $(x_0,y_0)=(0,0)$.

(0,7 μονάδες)

iii) Να γράψετε προσέγγιση του $\eta\mu(0,1)\eta\mu(0,2)$ και εκτίμηση του σφάλματος (με τη βοήθεια του ii)).

(0,6 μονάδες)

Θ.4 **i)** Να υπολογιστούν τα ολοκληρώματα

$I=\int_0^1\left(\int_y^1 e^{-x^2}dx\right)dy$, $J=\iint_D \eta\mu(x^2+y^2)dxdy$, όπου D ο μαναδιαίος κύκλος.

(1 μονάδα)

ii) Να ορίσετε τον σφαιρικό μετασχηματισμό στον $\mathbb{R}^3$, να υπολογίσετε την ορίζουσά του και τον όγκο σφαίρας ακτίνας a $(a>0)$.

(1 μονάδα)

Θ.5 **i)** Να υπολογιστεί το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα $I=\oint_\Gamma (x^3+y^3)dx+(2y^3-x^3)dy$, όπου Γ η περιφέρεια του μοναδιαίου κύκλου D, θετικά προσανατολισμένη.

(1 μονάδα)

ii) Να υπολογιστεί το επιφανειακό ολοκλήρωμα $J=\oint_E \vec{F}\cdot d\vec{S}$, όπου $\vec{F}(x,y,z)=xy\vec{i}+yz\vec{j}+xz\vec{k}$ και E η επιφάνεια του κύβου $K=[0,1]^3$, θετικά προσανατολισμένη.

(1 μονάδα)

Θ.6 Έστω $\vec{F}(x,y)=(5x^4y+y^5+\beta y)\vec{i}+(ax^5+5xy^4+x)\vec{j}$

i) Να υπολογιστούν τα $a,\beta\in\mathbb{R}$, ώστε το διανυσματικό πεδίο $\vec{F}$ να γίνει συντηρητικό στον $\mathbb{R}^2$.

(0,6 μονάδες)

ii) Με τις τιμές των a,β από το i) να βρεθεί f ώστε $\vec{F}=\nabla f$.

(0,6 μονάδες)

iii) Να μελετήσετε την f του ii) ως προς τα σημεία τοπικών ακροτάτων και σαγμάτων.

(0,8 μονάδες)