Test, 8 Ιουνίου 2012 (1 ώρα)

Γ+Δ+επί πτυχίω

Θ1 Να υπολογιστεί το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα $I=\int_\Gamma \vec{F}\cdot d\vec{r}$, όπου $\Gamma:\{(x,y):\ 9x^2+4y^2=1$ με $x,y\geq 0\}$ και $\vec{F}(x,y)=(x,y)$, $(x,y)\in\mathbb{R}^2$.

Θ2 Να υπολογιστεί το επιφανειακό ολοκλήρωμα $J=\left|\iint_S \vec{F}\cdot d\vec{S}\right|$, όπου $S:\{(x,y,z):\ z=x^2+y^2$ με $z\leq 100\}$ και $\vec{F}(x,y,z)=(y,x,z^2)$, $(x,y,z)\in\mathbb{R}^3$.

Θ3 i) Εάν $f(x,y)=\text{τοξεφ}(xy^2)+10^y+\ln\left(\sqrt[3]{\text{συν}\,y+10x}\right)$ να υπολογιστεί η κλίση $\nabla f\left(1,\frac{\pi}{2}\right)$

ii) Εάν $\vec{F}(\vec{r})=\frac{\vec{r}}{r^3}$, $\vec{r}=(x,y,z)\in\mathbb{R}^3\setminus\{(0,0,0)\}$ και $r=\|\vec{r}\|$ να υπολογιστεί η απόκλιση $\operatorname{div}\vec{F}(\vec{r})$.

(0,7+0,7+0,6)

Test, 8 Ιουνίου 2012 (1 ώρα)

Α+Β

Θ1 Να υπολογιστεί το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα $I=\int_\Gamma f\,ds$, όπου $\Gamma:\ \{(x,0,z):\ x^2+z^2=1$ με $z\geq 0\}$ και $f(x,y,z)=2-z$, $(x,y,z)\in\mathbb{R}^3$.

Θ2 Να υπολογιστεί το εμβαδόν της σφαίρας κέντρου (x_0,y_0,z_0) και ακτίνος α $(\alpha>0)$

Θ3 i) Εάν $\vec{F}(x,y)=\left(\frac{-y}{x^2+y^2},\frac{x}{x^2+y^2}\right)$, $(x,y)\in\mathbb{R}^2\setminus\{(0,0)\}$ να υπολογιστεί ο στροβιλισμός $\nabla\times\vec{F}(x,y)$, $(x,y)\neq(0,0)$

ii) Εάν $\vec{F}(x,y,z)=\left(\int_0^x \text{τοξεφ}(t^2+y^2)\,dt,\ \int_0^1\left(\int_0^y e^{-x^2}dx\right)dy,\ \ln\left(\sqrt{(x^2+z^2+5)^{51}}\right)\right)$ να υπολογιστεί η απόκλιση $\operatorname{div}\vec{F}(1,0,2)$

(0,7+0,7+0,6)