

## ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ και ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ

Εξέταση 29 Ιουλίου 2006

### ΟΔΗΓΙΕΣ: ΔΙΑΒΑΣΤΕ ΠΡΟΣΕΚΤΙΚΑ

- Λύστε όλα τα θέματα. Η βαθμολογία είναι 50-50% για τα δυο μέρη (ένα για κάθε διδάσκοντα). Οι απαντήσεις σας να είναι σαφείς και σύντομες. Μακροσκελείς απαντήσεις κινδυνεύουν να πάρουν μικρό βαθμό.
- Σας έχουν δοθεί 3 κόλλες. Η πρώτη για το μέρος Α, η δεύτερη για το μέρος Β και η τρίτη για πρόχειρο. Γράψτε πριν αρχίσει η εξέταση (δηλαδή τώρα!) το όνομα σας σε κάθε κόλλα που σας έχει δοθεί. Γράψτε στην πρώτη κόλλα 'ΜΕΡΟΣ Α', στη δεύτερη κόλλα 'ΜΕΡΟΣ Β' και στην τρίτη κόλλα 'ΠΡΟΧΕΙΡΟ'. Οι επιτηρητές θα περάσουν να το ελέγξουν. Σε περίπτωση που χρειαστείτε επιπλέον κόλλες, σημειώστε και σε αυτές σε ποιο μέρος του μαθήματος αναφέρονται. Είναι σημαντικό να ακολουθήσετε τις οδηγίες για να βαθμολογηθεί σωστά το γραπτό σας.
- Γράψτε πάνω στα θέματα το όνομά σας. Πρέπει να τα επιστρέψετε με όλες τις κόλλες (και το πρόχειρο). Τα θέματα θα αναρτηθούν στη σελίδα του μαθήματος.
- Δεν επιτρέπονται σημειώσεις, βιβλία, αριθμομηχανές, κλπ. Απομακρύνετε τα κινητά σας.
- Αντιγραφή συνεπάγεται μηδενισμό για **όλους** τους συμμετέχοντες για φέτος (συμπεριλαμβανομένης της εξεταστικής του Σεπτεμβρίου).
- Μπορείτε να σημειώσετε πάνω στο γραπτό σας αν επιθυμείτε να μην περαστεί η βαθμολογία σας όταν είναι κάτω από κάποιο ελάχιστο. Οι διδάσκοντες επιφυλάσσονται για το αν θα δεχθούν τέτοιο αίτημα.

## Μ'ΕΡΟΣ Α': ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

Διδάσκων: Η. Κουτσοπιάς

1. [65%] Είναι τα παρακάτω σύνολα αριθμήσιμα ή όχι; Αποδείξτε προσεκτικά τις απαντήσεις σας.

1.  $P = \{a : a \text{ είναι αριθμητική ακολουθία φυσικών αριθμών}\}$
2.  $Q = \{a : a \text{ είναι αύξουσα ακολουθία φυσικών αριθμών}\}$
3.  $Q = \{a : a \text{ είναι εναλλασόμενη ακολουθία φυσικών αριθμών}\}$

**Αριθμητική ακολουθία:** Για κάθε  $i$ ,  $a_{i+1} - a_i = c$  για κάποια σταθερά  $c$ . Π.χ. 2, 5, 8, 11, 14, ..., όπου  $c = 3$ .

**Εναλλασόμενη ακολουθία:** Για κάθε  $i$ ,  $(a_{i+2} - a_{i+1})(a_{i+1} - a_i) < 0$ . Π.χ. 3, 2, 4, 1, 6, 2, ...

1. [35%] Θεωρείστε τη συνάρτηση που ορίζεται από το παρακάτω πρόγραμμα

```
int f(int n)
  int m
  m=(29*n^755+529*n^541+2^(734*n^2+1)+73) mod 2006
  if m>=1000 then m=n
  if m=0 then m=1
  return m
```

Δείξτε ότι υπάρχουν δυο διαφορετικές τιμές  $n_1, n_2$  στο  $\{0, 1, \dots, 999\}$  για τις οποίες το πρόγραμμα επιστρέφει την ίδια τιμή, δηλαδή,  $f(n_1) = f(n_2)$ .

ΜΕΡΟΣ Β': ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΥΝΗΘΩΝ ΔΙΑΦΟΡΙΚΩΝ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ ΚΑΙ  
ΜΙΓΑΔΙΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ Διδάσκων: Ι. Γ. Στρατής

Λύστε **μόνο 3** από τα 4 παρακάτω θέματα.

1. (α) Να εξετάσετε αν η δ.ε.  $(te^y + 2y)y' + e^y = 0$  είναι ακριβής, και αν ναι να τη λύσετε.

(β) Να λύσετε τη δ.ε.  $t^2y'' - 5ty' + 9y = 0, t > 0$ .

2. Να λύσετε τη δ.ε.  $\mathbf{y}'(t) = A\mathbf{y}(t)$ , όπου

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

3. (α) Να δείξετε ότι η  $u(x, y) = 2x(1 - y)$  είναι αρμονική συνάρτηση.

(β) Να βρείτε τη συζυγή αρμονική συνάρτηση της  $u$ .

4. (α) Να δείξετε ότι η συνάρτηση  $f(z) = \bar{z}$  δεν είναι αναλυτική.

(β) Έστω  $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$  αναλυτική συνάρτηση σ' έναν τόπο  $\Omega$  του μιγαδικού επιπέδου. Έστω ότι υπάρχουν μη μηδενικές πραγματικές σταθερές  $\alpha, \beta, \gamma$ , έτσι ώστε να ισχύει η σχέση  $\alpha u(x, y) + \beta v(x, y) = \gamma$  στον  $\Omega$ . Να δείξετε ότι η  $f$  είναι σταθερή στον  $\Omega$ .