

**ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΣΤΟ ΜΑΘΗΜΑ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ–ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ
ΤΟΥ ΤΜΗΜΑΤΟΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ, 18/02/2003**

Θέμα 1: (α) Αν $P(A) = 1/2$, $P(B) = 3/4$ και $P(A \cup B) = 7/8$, να εξετασθεί κατά πόσον τα ενδεχόμενα A και B είναι ανεξάρτητα.

(β) Έστω ότι από μια κληρωτίδα που περιέχει 10 σφαιρίδια φέροντα τους αριθμούς $0, 1, \dots, 9$ εξάγονται διαδοχικά με επανάθεση 4 σφαιρίδια. Να υπολογισθούν οι πιθανότητες όπως (β_1) ο αριθμός 0 εξαχθεί δύο τουλάχιστο φορές και (β_2) ο μεγαλύτερος αριθμός που εξάγεται είναι το 5.

Θέμα 2: Έστω ότι ο χρόνος αναμονής X σε λεπτά σε συγκεκριμένο σταθμό του μετρό είναι μια συνεχής τυχαία μεταβλητή με συνάρτηση κατανομής

$$F(x) = \begin{cases} 0, & -\infty < x < 0, \\ \frac{x^2}{32}, & 0 \leq x < 4, \\ 1 - \frac{(8-x)^3}{32}, & 4 \leq x < 8, \\ 1, & 8 \leq x < \infty. \end{cases}$$

Να υπολογισθούν (α) οι πιθανότητες $P(2 < X \leq 5)$, $P(3 < X \leq 5 | X > 2)$, (β) η συνάρτηση πυκνότητας $f(x)$ και (γ) ο μέσος χρόνος αναμονής $E(X)$.

Θέμα 3: Έστω ότι ο αριθμός X των ιών έχουμε σ' ένα υπολογιστικό κέντρο ακολουθεί την κατανομή Poisson με συνάρτηση πιθανότητας $f(x) = e^{-\lambda} \lambda^x / x!$, $x = 0, 1, \dots$, $0 < \lambda < \infty$. Αν σ' ένα μήνα η πιθανότητα να έχουμε το πολύ ένα ιό είναι τετραπλάσια της πιθανότητας να έχουμε δύο ακριβώς ιούς, να υπολογισθούν (α) η παράμετρος λ , (β) η πιθανότητα να μη έχουμε ιό σ' ένα μήνα και (γ) η πιθανότητα να έχουμε το πολύ δύο ιούς σ' ένα δίμηνο δεδομένου ότι στο διάστημα αυτό είχαμε τουλάχιστο ένα ιό. Αν Y παριστά τον αριθμό των μηνών σ' ένα χρόνο στους οποίους δεν είχαμε κανένα ιό, (δ) να υπολογισθούν η μέση τιμή $E(Y)$ και η διασπορά $V(X)$. (Δίδεται ότι $e^{-1} \cong 0,4$)

Θέμα 4: Η τιμή X του σιδήρου στο αίμα των ανδρών ενός πληθυσμού ακολουθεί την κανονική κατανομή με μέση τιμή 110 mg/dl. Γνωρίζουμε επίσης ότι ισχύει $3P(X > 111) = 2P(X \leq 111)$. Να υπολογισθούν οι πιθανότητες (α) όπως η ποσότητα σιδήρου στο αίμα ενός άνδρα που επιλέγεται τυχαία να είναι το πολύ 118 mg/dl, δεδομένου ότι είναι τουλάχιστο 102 mg/dl και (β) όπως σε μια τυχαία επιλογή 5 ανδρών δύο τουλάχιστο έχουν τιμή σιδήρου άνω των 110 mg/dl. (γ) Σε μια τυχαία επιλογή 12 ανδρών, να υπολογισθούν η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση του αριθμού των ανδρών με ποσότητα σιδήρου στο αίμα άνω των 110 mg/dl. (Δίδονται $\Phi(0,25) = 0,60$, $\Phi(2) = 0,977$)

Απαντήστε σε 3 από τα 4 θέματα. Διάρκεια εξέτασης 2½ ώρες.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ