

ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΙΙ (ΦΥΣΙΚΟ)

Περίοδος Σεπτεμβρίου (24.10.97)

Θέμα 1ο. Να προσδιορισθούν οι ορθογώνιες τροχιές της οικογένειας των παραβολών  $x^2 = 2\lambda t$ ,  $\lambda \in \mathbb{R}$ . (1)

Θέμα 2ο. Να λυθεί η δ. ε.  $x'' + x = \eta \mu t + e^t + t$  (1)

Θέμα 3ο. Να βρεθεί η γενική λύση της δ.ε.  $(t-1)x'' - tx' + x = (t-1)^2$ ,  $t > 1$  αν δύο λύσεις της είναι:  $x_1(t) = -t^2 - 1$ ,  $x_2(t) = e^t - t^2 - 1$ ,  $t > 1$  (1)

Θέμα 4ο. Να ορισθεί παραγωγίσιμη συνάρτηση  $\varphi$  με την ιδιότητα:

$$\int_a^t \omega \varphi(\omega) d\omega = t^2 + \varphi(t). \quad (1)$$

Θέμα 5ο. Να λυθεί η δ.ε.  $x' + x + x^{-1} = 0$ ,  $x \neq 0$ . (1)

Θέμα 6ο. Να δειχθεί ότι το Πρόβλημα Αρχικών Τιμών  $y' = f(t, y)$ ,  $y(t_0) = y_0$  με  $f(t, y) = e^{\eta \mu(t+y)} / \mathbb{R}^2$  έχει μία και μόνο λύση. (1)

Θέμα 7ο. Να βρεθούν δύο γραμ. ανεξάρτητες λύσεις της δ.ε.  $t^2 y'' - 2y = 0$ ,  $t > 0$  της μορφής  $y = t^k$ . Χρησιμοποιώντας αυτές τις λύσεις να βρεθεί η γενική λύση της δ.ε.  $t^2 y'' - 2y = t^2$ . (1)

Θέμα 8ο. Αν  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$  να υπολογισθεί ο πίνακας  $e^{At}$ . Στη συνέχεια να λυθεί

το Π.Α.Τ. 
$$\begin{aligned} y_1'(t) &= y_1(t) + y_2(t) + e^t \\ y_2'(t) &= 4y_1(t) + y_2(t) + 2e^t, \quad \bar{y}(0) = \begin{bmatrix} y_1(0) \\ y_2(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (1,5)$$

Θέμα 9ο. Να λυθεί το σύστημα

$$\begin{aligned} y_1' &= y_3 \\ y_2' &= y_1 - 3y_3 \\ y_3' &= y_2 + 3y_3 \end{aligned} \quad (1,5)$$

Θέμα 10ο. Μια ολοκληρωτική καμπύλη  $y = u(t)$  της δ.ε.  $y'' - 3y' - 4y = 0$  συναγάγεται μία ολοκληρωτική καμπύλη  $y = v(t)$  της δ.ε.  $y'' + 4y' - 5y = 0$  στην αρχή των συντεταγμένων. Να προσδιορισθούν οι συναρτήσεις  $u(t)$  και  $v(t)$  έτσι ώστε οι καμπύλες να έχουν την ίδια κλίση στην αρχή και να ισχύει:

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{[v(t)]^4}{u(t)} = \frac{5}{6}. \quad (2)$$