ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Εξετάσεις Περιόδου Φεβρουαρίου 2004 στο μάθημα

Μέθοδοι Εφαρμοσμένων Μαθηματικών

Διδάσκων: Ι. Στρατής

Να απαντήσετε σε 4 από τα επόμενα θέματα:

Θ1. (Μον. 2) Να βρεθούν οι ιδιοτιμές και οι ιδιοσυναρτήσεις του π.σ.τ.

$$(t\psi')' + \frac{\lambda}{t}\psi = 0, \quad t \in (1,e), \quad \psi(1) = \psi(e) = 0.$$

Θ2. (Μον. 2,5) Αφού βρεθεί η συνάρτηση Green, να λυθεί το π.σ.τ.

$$\psi'' + \psi = \sin t, \quad t \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right), \quad \psi(0) = 1, \quad \psi\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1.$$

Θ3. (Μον. 2) (i) Να δειχθεί ότι

$$L\{H_\alpha(t) f(t-\alpha)\} = e^{-\alpha s}F(s), \text{ όπου } F(s) = L\{f(t)\} \text{ και } H_\alpha(t) = \begin{cases} 0, & t < \alpha \\ 1, & t \geq a \end{cases}.$$

(ii) Με χρήση του μετασχηματισμού Laplace να λυθεί το π.α.τ.

$$\psi'' + 2\psi' + 5\psi = \delta(t-1), \quad \psi(0) = \psi'(0) = 0.$$

Δίνεται ότι : $L\{\sin \alpha t\} = \dfrac{\alpha}{s^2 + \alpha^2}$, $L\{\delta(t-\alpha)\} = e^{-\alpha s}$, $L\{e^{at} f(t)\} = F(s-\alpha)$.

Θ4. (Μον. 2,5) (i) Να διατυπωθεί ως ολοκληρωτική εξίσωση Volterra το π.α.τ.

$$u''(x) - \lambda u(x) = q(x), \; x > 0, \quad u(0) = 1, \quad u'(0) = 0.$$

(ii) Να βρεθούν οι μη μηδενικές ιδιοτιμές και οι αντίστοιχες ιδιοσυναρτήσεις του τελεστή

$$\mathrm{K}u(x) = \int_0^1 (1 - 3xy)u(y)dy.$$

Θ5. (Μον. 3) Να βρεθεί, με τη μέθοδο Poincaré – Lindstedt (πολλαπλών κλιμάκων), μια προσέγγιση διαταραχών με δύο όρους, για το π.α.τ.

$$y'' + y = \varepsilon y(y')^2, \quad 0 < \varepsilon << 1, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0.$$

Καλή Επιτυχία