

Μ.Μ.Φ. Ι (Σεπτέμβριος 2000)

ΘΕΜΑ 1°: Δώστε παράδειγμα δυναμοσειράς με ακτίνα σύγκλισης ακριβώς 2.

ΘΕΜΑ 2°: Έστω f ακεραία συνάρτηση που ικανοποιεί $f(z) = f(\omega)$ για κάθε $z, \omega \in \mathbb{C}$ με $z^6 = \omega^6$. Δείξτε ότι υπάρχει ακεραία συνάρτηση g ώστε $f(z) = g(z^6)$.

ΘΕΜΑ 3°: Δώστε ένα παράδειγμα σύμμορφης και επί 160δυναμίας

$$\varphi: \{z: |z| < 1\} \rightarrow \{\omega: \operatorname{Re} \omega > 0\}$$

Θέμα 4° Να βρείτε τις μεμονωμένες ανωμαλίες και το είδος της για την συνάρτηση:

$$\frac{\cos(z-1)}{z-1} + \frac{\sin(z^2)}{z} + e^{\frac{1}{z-3}}$$

Θέμα 5°: Υπολογίστε το $\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{b + a \cos \theta}$, με $b > a$ με την χρήση

ολοκληρωτικών υπολοίπων.

Θέμα 6°: Με την χρήση ολοκληρωτικών υπολοίπων δείξτε ότι:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{1+x^6} = \frac{2\pi}{3}$$