ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΦΥΣΙΚΗΣ ΙΙ
(Φεβρουάριος-00)

Θέμα 1 . Δείξτε ότι , συνοριακές συνθήκες τύπου Cauchy ($u(x,0)$ και $\left.\frac{\partial u(x,t)}{\partial t}\right|_{t=0}$) στον ημιάξονα $0 \le x < \infty$ και Dirichlet ($u(0,t)=0$) στον άξονα $x=0$ καθορίζουν μονοσήμαντα τή λύση της κυματικής εξίσωσης σε όλο το επίπεδο (x,t). (Να θεωρήσετε δεδομένη την μορφή της λύσης όταν δίνονται συνθήκες Cauchy στην συνοριακή επιφάνεια $-\infty < x < \infty$ δηλαδή τον τύπο D' Alembert). (3)

Θέμα 2 . Χορδή μήκους L με σταθερά άκρα στα σημεία x=0, x=L πάλλεται με την μικρότερη δυνατή συχνότητα . Ξαφνικά η χορδή βρίσκεται εντός μέσου που ασκεί τριβές και η εξίσωση που περιγράφει την ταλάντωση γίνεται

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}u(x,t) = \upsilon^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2}u(x,t) - 2\sigma\frac{\partial}{\partial t}u(x,t) \quad , \sigma = \text{σταθερά} > 0$$

Βρείτε

α) την σχέση μεταξύ των σταθερών υ,σ,L ώστε η χορδή να συνεχίζει να πάλλεται και

β)την απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας u(x,t). (3.5)

Θέμα 3 : Ράβδος μήκους L , με θερμικά μονωμένη την παράπλευρη επιφάνεια , διατηρεί τα άκρα της $x=0, x=L$ σε σταθερή θερμοκρασία μηδέν βαθμών. Η ράβδος θερμαίνεται απο την ύπαρξη πηγών θερμότητας . Η θερμοκρασία T(x,t) ικανοποιεί την εξίσωση

$$\frac{\partial}{\partial t}T(x,t) = a^2\frac{\partial^2}{\partial x^2}T(x,t) + A\sin\frac{\pi x}{L}$$

Αν η αρχική θερμοκρασία της ράβδου είναι $T(x,0) = T_1\sin\frac{2\pi x}{L}\cos\frac{\pi x}{L}$ να βρεθεί η T(x,t) για $t>0$.

Υπόδειξη: Θεωρήστε ότι $T(x,t) = \varphi(t)\sin\frac{\pi x}{L} + u(x,t)$ όπου $\varphi(0)=0$ και $u(x,t)$ η λύση της ομογενούς. (3.5)

Καλή επιτυχία