ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΦΥΣΙΚΗΣ ΙΙ

Σεπτέμβριος-2000

<u>Θέμα 1</u> (3)

Θεωρούμε το σύστημα Sturm-Liouville

$$-\frac{d}{dx}\left[p(x)\frac{d}{dx}u(x)\right]+q(x)u(x)=\lambda w(x)u(x)\,,\quad 0\le x\le L\,,\quad u(0)=u(L)=0$$

όπου $p(x), w(x)>0$ και $q(x)=$πραγματική.

Δείξτε ότι

α)οι ιδιοτιμές λ είναι πραγματικές

β)οι ιδιοσυναρτήσεις $u_m(x)$ και $u_n(x)$ που αντιστοιχούν σε διαφορετικές ιδιοτιμές $\lambda_m \neq \lambda_n$ είναι ορθογώνιες .(Θεωρείστε οτι οι ιδιοσυναρτήσεις $u(x)$ είναι πραγματικές)

<u>Θέμα 2</u> (3.5)

Χορδή απείρου μήκους κάνει μικρές ταλαντώσεις σε μέσο με τριβές.
Η απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας ικανοποιεί την εξίσωση

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}u(x,t)+2a\frac{\partial}{\partial t}u(x,t)+a^2u(x,t)=c^2\frac{\partial^2}{\partial x^2}u(x,t)\ ,\ a>0$$

Να βρεθεί η απομάκρυνση $u(x,t), t>0$ αν η αρχική απομάκρυνση και η αρχική ταχύτητα της χορδής είναι $f(x)$ και $g(x)$ αντίστοιχα.

(Υπόδειξη,θεωρήστε τον μετασχηματισμό $u(x,t)=\exp(-at)\Psi(x,t)$)

<u>Θέμα 3</u> (3.5)

Η πυκνότητα των νετρονίων σε σφαίρα ενός ραδιενεργού υλικού ακτίνας R ικανοποιεί την εξίσωση

$$\nabla^2\rho(r,\theta,\phi,t)+\beta\rho(r,\theta,\phi,t)=\frac{1}{\kappa}\frac{\partial}{\partial t}\rho(r,\theta,\phi,t)\,,\ \rho(R,\theta,\phi,t)=0$$

οπου β,κ θετικές σταθερές

α)Να βρεθεί η πυκνότητα $\rho(r,\theta,\phi,t)$ αν η αρχική πυκνότητα είναι ρ_0=σταθερή

β)Ποιά είναι η μέγιστη ακτίνα R_0 ώστε η πυκνότητα να παραμένει ευσταθής (Να μήν αυξάνει με τον χρόνο)

$$\left(\nabla^2 u=\frac{1}{r}\frac{\partial^2}{\partial r^2}(ru)+\frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}u)+\frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial\phi^2}u\right)$$

Καλή επιτυχία