

# ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΦΥΣΙΚΗΣ ΙΙ

(Σεπτέμβριος 1997)

**ΘΕΜΑ 1:** Δίνεται το διαφορικό σύστημα

$$\frac{d^2}{dx^2} \phi(x) + \frac{1}{x} \frac{d}{dx} \phi(x) + \frac{\lambda}{x^2} \phi(x) = 0, \quad 1 \leq x \leq 2 \quad \phi(1) = \phi(2) = 0$$

- i) Να διερευνήσετε αν αποτελεί σύστημα Sturm-Liouville και να βρείτε την συνάρτηση βάρους
- ii) Να βρεθούν οι ιδιοτιμές και οι ιδιοσυναρτήσεις.  
(Υπόδ. κάνετε αλλαγή μεταβλητής ( $x \rightarrow \exp[z]$ ) (3.5 μονάδες)

**ΘΕΜΑ 2:** Να βρείτε την λύση σε μορφή δυναμοσειράς της διαφορικής εξίσωσης

$$\frac{d^2}{dx^2} \psi(x) + 4x \frac{d}{dx} \psi(x) = 0$$

που ικανοποιεί τις αρχικές συνθήκες  $\psi(0) = 0$  και  $\left. \frac{d}{dx} \psi(x) \right|_{x=0} = 1$ .  
(3 μονάδες)

**ΘΕΜΑ 3:** Το δυναμικό σε μια σφαιρική επιφάνεια  $S$  ακτίνας  $R$  που περικλείει φορτισμένο αγωγό έχει την μορφή

$$V(R, \vartheta, \varphi) = \frac{Q}{\sqrt{1 + \tilde{R}^2 - 2\tilde{R}\cos\vartheta}} \quad \text{όπου } \tilde{R} = R/a \text{ και } a, Q \text{ σταθερές.}$$

Να βρεθεί το δυναμικό στον χώρο έξω από την επιφάνεια  $S$  και το ολικό φορτίο του αγωγού.

Να χρησιμοποιήσετε το ανάπτυγμα  $\frac{1}{\sqrt{1 + \tilde{R}^2 - 2\tilde{R}\cos\vartheta}} = \sum_{\ell=0}^{\infty} \tilde{R}^{\ell} P_{\ell}(\cos\vartheta)$

όπου  $P_{\ell}(\cos\vartheta)$  τα πολυώνυμα Legendre  $\ell$  τάξης. (3.5 μονάδες)

Καλή επιτυχία