

## ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΦΥΣΙΚΗΣ II

( Σεπτέμβριος -99)

**Θέμα 1** Στο χώρο  $L^2_{w=1}[a,b]$  των συναρτήσεων  $f(x)$  όπου  $f(a)=0=f(b)$  δρά ο τελεστής  $L = -\frac{d}{dx} p(x) \frac{d}{dx}$ ,  $p(x) > 0$ .

α) Δείξτε ότι ο τελεστής  $L$  γράφεται ως

$$L = A^+ A \quad \text{όπου} \quad A \equiv -i\sqrt{p(x)} \frac{d}{dx}$$

β) Δείξτε ότι ο τελεστής  $L$  έχει θετικές ιδιοτιμές.

**Θέμα 2** Ομογενές υλικό κυβικού σχήματος ακμής  $L$  και θερμικής αγωγιμότητας  $a^2$  έχει θερμοκρασία  $T_0$ . Την χρονική στιγμή  $t=0$  το σώμα βυθίζεται σε λουτρό θερμοκρασίας μηδέν βαθμών.

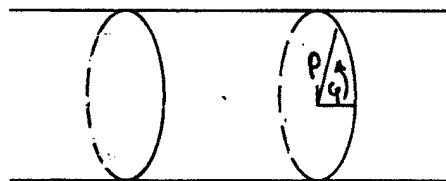
α) Να βρεθεί η θερμοκρασία  $T(x, \psi, z, t)$  για  $t > 0$ .

β) Να υπολογισθεί ο χρόνος αποκατάστασης  $\tau$ , όπου

$$\frac{1}{\tau} = -\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \ln |T(x, \psi, z, t)|$$

**Θέμα 3** Να βρεθεί η ομαλή λύση της εξίσωσης Laplace στο εσωτερικό κυλίνδρου απείρου μήκους και ακτίνας  $R$  που ικανοποιεί την συνοριακή συνθήκη  $u(R, \varphi, z) = V_0(1 + \cos \varphi)$ .

$$(\nabla^2 = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \rho \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2})$$



Καλή επιτυχία