

ΚΒΑΝΤΙΚΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ Ι

Φεβρουάριος 1996

(1). Για πηγάδι δυναμικού εύρους L με απολύτως ανακλώντα τοιχώματα να υπολογισθεί:

α). Το ενεργειακό φάσμα E_n και οι αντίστοιχες ιδιοκαταστάσεις της ενέργειας

$$\psi_n(x,t), n = 1, 2, \dots$$

β). Αν $\psi(x,t)$ είναι κανονικοποιημένες στην μονάδα και

$$\psi = (\cos \varphi) \psi_1(x,t) + (\sin \varphi) \psi_2(x,t)$$

με φ δωσμένη γωνία απαντήστε στα παρακάτω ερωτήματα:

Αντιπροσωπεύει η ψ φυσική κατάσταση; Αν ναι, είναι αυτή κανονικοποιημένη στην μονάδα;

Να δειχθεί ότι οι μέσες τιμές της θέσης $\langle \hat{x} \rangle_\psi$ και της ορμής $\langle \hat{p} \rangle_\psi$ στην κατάσταση ψ είναι περιοδικές συναρτήσεις του χρόνου. Αν τ η περίοδος αυτών να βρεθεί το γινόμενο $(\Delta E)\tau$ όπου (ΔE) η διασπορά της ενέργειας στην κατάσταση ψ .

(2). Σωματίδιο μάζας m και ενέργειας $E > 0$ προσκρούει εξ αριστερών ($x = -\infty$) σε απολύτως ανακλόν τοίχωμα το οποίο είναι τοποθετημένο στην θέση $x = 0$. Να βρεθεί ο

λόγος $\left| \frac{A}{B} \right|$ όπου A το πλάτος του προσπίπτοντος κύματος και B αυτό του ανακλωμένου.

Τι παρατηρείτε; Ερμηνεύσατε το αποτέλεσμα σας.

(3). Σωματίδιο μάζας m κινείται σε δυναμικό $V(x)$ το οποίο έχει απόλυτο ελάχιστο V_0 . Την χρονική στιγμή $t = 0$ η κυματική συνάρτηση είναι

$$\psi(x) = e^{i\pi/L} \varphi(x)$$

όπου $\varphi(x)$ πραγματική συνάρτηση που μηδενίζεται για $|x| \geq L/2$ και ικανοποιεί την

$$\text{σχέση } \int_{-L/2}^{L/2} \varphi^2(x) dx = 1.$$

Αν $\langle \hat{p}^2 \rangle_\psi$ η μέση τιμή του τετραγώνου της ορμής στην κατάσταση ψ και $\langle \hat{p} \rangle_\psi$ η αντίστοιχη μέση τιμή στην κατάσταση φ , να βρεθεί η σχέση μεταξύ των δύο μέσων τιμών. Να χρησιμοποιηθεί η σχέση αυτή και η σχέση αβεβαιότητας θέσης και ορμής για να δειχθεί ότι η μέση τιμή της ενέργειας $\langle E \rangle_\psi$ στην κατάσταση ψ , έχει κάτω φράγμα:

$$\langle E \rangle_\psi \geq \frac{\hbar^2}{2mL^2} + V_0.$$

Καλή επιτυχία