

**ΚΒΑΝΤΙΚΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ Ι**  
 (9 - 9 - 1998)  
 (Τμήμα Α. Λαχάνα)

1. α). Για κβαντικό σύστημα το οποίο περιγράφεται από Χαμιλτωνιανή της μορφής  $\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + V(\vec{r})$  (όπου  $V(\vec{r})$  πραγματική συνάρτηση), να δειχθεί η εξίσωση συνέχειας και να δοθεί η φυσική ερμηνεία αυτής καθώς και του νόμου διατήρησης που προκύπτει από αυτήν.

β). Δίδεται η κυματική συνάρτηση:  
 $\psi(\vec{r}, t) = Ae^{-i(kx - Et)} - Be^{-i(kx + Et)}$  (λύση της εξίσωσης Schrodinger για ελεύθερο σωματίο).  
 Να υπολογιστεί το ρεύμα πυκνότητας πιθανότητας και να δοθεί η φυσική ερμηνεία των συντελεστών  $A$  και  $B$ .

2. Σωματίο το οποίο κινείται σε δυναμικό:

$$V(x) = \begin{cases} x, & x < 0 \\ 0, & \text{για } 0 < x < L \\ x, & x > L \end{cases}$$

περιγράφεται την χρονική στιγμή  $t=0$ , από την κυματική συνάρτηση:

$$\psi(x, t=0) = N \cos\left(\frac{\pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{2\pi x}{L}\right)$$

- α). Να βρεθεί η μέση τιμή της ενέργειας του σωματίου καθώς και τα δυνατά αποτελέσματα, σε μια μέτρηση της ενέργειας με τις αντίστοιχες πιθανότητες.  
 β). Να βρεθεί η κυματική συνάρτηση  $\psi(x, t)$ , για  $t > 0$ , καθώς και χρονική εξέλιξη της μέσης τιμής της ενέργειας ( $\langle H \rangle(t)$ ) και της θέσης ( $\langle x \rangle(t)$ ).  
 (Υπενθυμίζεται:  $\sin(a+b) = \sin a \cosh b + \cos a \sin b$ )

3. Δέσμη σωματιίων προσπίπτει σε φραγμό δυναμικού:

$$V(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ V_0, & \text{για } 0 \leq x \leq a \\ 0, & x \geq a \end{cases}$$

- α). Να βρεθούν οι συντελεστές ανάκλασης και διέλευσης ( $R$  και  $T$  αντίστοιχα). Να σχολιαστούν τα αποτελέσματα και να συγκριθούν με το αντίστοιχο κλασικό (μη κβαντικό) πρόβλημα.  
 β). Όταν η ενέργεια των σωματιδίων της δέσμης είναι μικρότερη από το ύψος του φραγμού, τι συνεπάγεται η σχέση αβεβαιότητας θέσης-ορμής για την αβεβαιότητα στην ενέργεια σωματιδίου όταν αυτό εντοπισθεί στην κλασικά απαγορευμένη περιοχή; Να σχολιασθεί το αποτέλεσμα.

Καλή επιτυχία