

ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΙΙ

Σεπτέμβριος 1997

1. α) Να διατυπωθεί και να αποδειχθεί (για το απλό ή γενικό γραμμικό μοντέλο) το θεώρημα Gauss-Markov για τις ε.ε.τ.

β) Χρησιμοποιώντας τα παρακάτω ζεύγη τιμών (X_i, Y_i) , $i = 1(1)7$

Λίπασμα, X_i	100	200	300	400	500	600	700
Παραγωγή, Y_i	40	50	50	70	65	65	80

i) δείξτε ότι η εκτιμώμενη εξίσωση γραμμικής παλινδρόμησης της Y πάνω στη X ($Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon$) είναι $\hat{Y} = 36.4 + 0.06X$.

ii) με βάση τον πίνακα ANOVA ελέγξτε σε $\alpha = 5\%$ την υπόθεση $H_0: \beta_1 = 0$ κατά της $H_1: \beta_1 \neq 0$. (Τιμή πινάκων 6.61).

γ) Βρείτε την εκτιμήτρια $\tilde{\beta}_1$ της παραμέτρου β_1 χρησιμοποιώντας την ευθεία που διέρχεται από το πρώτο (100, 40) και τελευταίο (700, 80) σημείο του διαγράμματος διασποράς. Χωρίς να βρεθεί η $A(\tilde{\beta}_1)$, ποιά σχέση συνδέει τις διασπορές των δύο εκτιμητριών $\tilde{\beta}_1$ και $\hat{\beta}_1$; Γιατί;

Σ.α) Στην ανάλυση διασποράς κατά ένα παράγοντα, έστω n_i τα μεγέθη των δειγμάτων που έχουν ληφθεί από k πληθυσμούς και X_{ij} οι αντίστοιχες παρατηρήσεις, $j = 1, 2, \dots, k$, $i = 1, 2, \dots, n_i$. Να δειχθεί ότι ισχύει η παρακάτω σχέση

$$\sum_i \sum_j (X_{ij} - \bar{X})^2 = \sum_i \sum_j (X_{ij} - \bar{X}_i)^2 + \sum_i n_i (\bar{X}_i - \bar{X})^2$$

Τι εκφράζει καθένα από τα παραπάνω αθροίσματα;

β) Ένας φοιτητής για να φθάσει στο Πανεπιστήμιο από το σπίτι του μπορεί να ακολουθήσει 3 διαφορετικές διαδρομές. Πειραματιζόμενος 5 φορές για κάθε διαδρομή, αναχωρώντας πάντα στις 8.30 π.μ., οι χρόνοι X_{ij} (σε λεπτά) που χρειάστηκε δίνονται στον παρακάτω πίνακα

Διαδρομή		
A	B	Γ
22	25	26
26	27	27
25	28	33
25	26	30
31	23	33

Υποθέτοντας κανονική κατανομή, εξετάστε σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 0.05$ αν υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά στους μέσους χρόνους που απαιτούνται για τις 3 διαδρομές. (Τιμή πινάκων 3.89).

3. α) Περιγράψτε σε συντομία το κριτήριο Mann-Whitney και στη συνέχεια βρείτε την ακριφή κατανομή του κατά από την H_0 όταν τα δύο δείγματα είναι μεγέθους 3 και 2 αντίστοιχα.

β) Δύο διαφορετικές θεραπείες A και B εφαρμόστηκαν σε δύο ανεξάρτητες ομάδες 3 και ασθενών αντίστοιχα. Βάσει των παρακάτω ημερών που οι ασθενείς παρέμειναν στο νοσοκομείο ελέγξτε σε ε.σ. $\alpha = 20\%$ τον ισχυρισμό του ερευνητή ότι το φάρμακο B είναι αποτελεσματικότερο του A.

Θεραπεία A	12, 16, 25
Θεραπεία B	13, 15.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ